第 41 卷　第 6 期
2024 年 12 月

应　用　力　学　学　报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 41 No. 6
Dec. 2024

文章编号:1000-4939(2024)06-1350-09

表面效应对纳米开关结构线性弯曲行为的影响

杨帆,王旭阳,李诚波

(西安科技大学理学院力学系,710600 西安)

摘　要: 纳米开关结构是纳米机电系统中的重要控制元件,基于表面能的模型引入表面效应,分析了表面效应和分子间作用力同时对纳米开关结构线性弯曲行为的影响。对应变能与表面能进行变分,并通过最小势能原理,推导出纳米开关的控制方程以及边界条件,并运用同伦摄动法来求解该非线性微分方程。通过计算结果具体分析了不同边界条件下纳米开关在考虑表面效应和 Casimir 力作用下表面效应对纳米开关弯曲变形、吸合电压的影响。研究结果表明,表面效应会使得纳米开关结构的弯曲变形更小,从而使得吸合电压变大,表面效应对纳米开关的吸合稳定性具有显著的影响。这对认识和研究纳米开关的力学行为,以及纳米开关的设计与制备有着重要的理论意义与实际使用价值。

关键词: 表面效应;纳米开关;分子间作用力;弯曲变形

中图分类号: TN303　　**文献标志码:** A　　**DOI:** 10.11776/j.issn.1000-4939.2024.06.015

Effect of surface effect on linear bending behavior of nano-switch structure

YANG Fan, WANG Xuyang, LI Chengbo

(Department of Mechanics, College of Science, Xi'an University of Science and Technology, 710600 Xi'an, China)

Abstract: Nano-switch structure is an important control element in nano-electromechanical systems. Based on the surface energy model, the effects of surface effects and intermolecular forces on the linear bending behavior of nano-switch structures are analyzed respectively. Through the principle of minimum potential energy, the governing equation and boundary conditions of nanometer switch are derived, and the homo-topy perturbation method is used to solve the nonlinear differential equation. The effects of surface effect on the bending deformation and the voltage of nano-switch under the influence of Casimir and surface effect are analyzed. The results show that the surface effects reduce the deformation of the nano-switch structure, thus increasing the absorption voltage, and the surface effect has a significant impact on the stability of the nano-switch absorption. It is of great theoretical significance and practical value for understanding and studying the mechanical behavior of nano-switch, as well as the design and preparation of nano-switch.

Key words: surface effect; nano-switch; intermolecular force; bending deformation

---

收稿日期: 2022-01-12　　**修回日期:** 2022-12-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 11502197);陕西省科技厅资助项目(No. 2018JM1030);中国留学基金委 CSC 资助项目(No. 202008610039)

通信作者: 杨帆。E-mail:yangfan0832@163.com

引用格式: 杨帆,王旭阳,李诚波. 表面效应对纳米开关结构线性弯曲行为的影响[J]. 应用力学学报,2024,41(6):1350-1358.

YANG Fan, WANG Xuyang, LI Chengbo. Effect of surface effect on linear bending behavior of nano-switch structure[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2024, 41(6):1350-1358.

纳米开关是纳米机电系统(nano-electromechanical system,NEMS)的基本组成部分。典型的纳米机械开关通常是由两个导电电极板构成,一块电极板是固定的,另一块是可以移动的。在两块电极板间施加电压,通过该施加电压的驱动,可动电极板向固定电极板移动[1-5]。如果不断增加这个施加的电压,两张电极板之间的电场力也变大,达到某个电压的话,可动电极板变得非常不稳定,被固定电极板吸附。这个外加的电压被称作吸合电压[6-8]。开关的吸合不稳定性是开关设计和校准的基础[9-13]。

由于纳米机械开关本身的尺寸结构极小,其可移动电极板表面与固定极板之间的距离会随之减小至几百甚至到几十纳米,这时候表面间的分子间作用力将不能忽略,所以需要考虑其分子间作用力对开关力学行为的影响。周霓等[14]基于 ERINGEN 的非局部弹性理论对纳米开关在分子力和静电力效果下的不稳定特性进行了研究,得出了控制方程和边界条件,分析了纳米悬臂梁的各种特点。康文斌等[15]以两端固支型 Euler-Bernoulli 梁与基板组成的纳米开关系统作为研究对象,分析了纳米开关结构吸合的稳定性。在考虑电场力与因量子波动效应而产生的卡西米尔力的情况下,主要研究了热应力对碳纳米管增强纳米开关的影响。利用 Fredholm 积分方程,对在相应边界条件下变系数的四阶非线性常微分方程进行了求解,并研究了热应力以及关键的参数对碳纳米管增强纳米开关吸合位移和吸合电压等的影响。MOUSAVI 等[16]基于 ERINGEN 的非局部弹性理论,推导了在静电电压和分子间作用力作用下梁型 NEMS 的非线性静态控制方程。采用微分求积法(differential quadrature method,DQM)作为求解方法,对控制方程及相关边界条件进行数值求解。TAGHAVI 等[17]研究了悬臂梁和固定式纳米开关在外加电压和分子间力的作用下的吸合不稳定性。采用线性分布载荷的模型近似地模拟了作用在纳米梁上的非线性分子间和静电相互作用。采用混合非局部 Euler-Bernoulli 梁模型考虑了小尺度效应。研究了小尺度效应对悬臂梁和固定纳米梁的拉入失稳和独立行为的影响,并与 ERINGEN 的非局部梁和经典梁模型进行了比较。ABADYAN 等[18]采用同伦摄动法(homotopy perturbation method,HPM)研究了 Casimir 力对静电作动器吸合不稳定性的影响。梁斌斌等[19]根据应变梯度理论和汉密尔顿原理,考虑到了卡西米尔力的作用,建立了静电激励的纳米机电系统的模型,在模型的控制方程式和边界条件对应的微分之后得到。然后,导入广义微分求积法和准弧长算法,取得模型的数值解。KALAFUT 等[20]在无量纲参数空间中识别了多稳定区域和失稳边界,研究了无量纲参数对失稳的敏感性。

纳米机械开关由于其尺寸达到纳米级,所以其表面效应也影响纳米机械开关的力学行为。YANG 等[21-22]利用 Euler-Bernoulli 梁和核壳模型描述了可移动纳米电极的变形。用 Casimir 力、van der Waals 力和静电力等分子间作用力描述了电极间的相互作用。利用最小势能原理,导出了控制梁变形的微分方程和边界条件。然后利用同伦摄动法分析了纳米开关的变形和吸合电压。分析了表面能对悬臂梁式纳米开关吸合不稳定性的影响。MA 等[23]基于表面层模型和广义 Laplace 方程,利用 Euler-Bernoulli 梁模型研究了 Casimir 和静电力作用下表面效应(包括残余表面应力和表面弹性)对 NEMS 开关吸合不稳定性的影响。利用同伦摄动法 HPM 得到了表面效应对静态弯曲的近似解析解,研究了拉入电压、剥离长度和低压驱动窗口等拉入参数的影响。WANG 等[24]分析了表面能、几何非线性与 Casimir 力等因素对纳米开关吸合电压结构变形的影响。

为了进一步研究表面效应对纳米开关吸合行为的影响,本研究基于表面能的模型引入了表面效应,分析表面效应与分子间作用力同时对纳米开关结构线性弯曲行为的影响。通过最小势能原理,推导出相应的控制方程以及边界条件,并运用同伦摄动法求解该非线性微分方程。通过计算结果具体分析不同边界条件下纳米开关在考虑表面效应和 Casimir 力作用下表面效应对纳米开关弯曲变形、吸合电压的影响。

1　纳米开关的基本方程

图 1(a)~(c)为简支边界、两端固支边界、一端固支一端简支边界纳米开关的结构示意图,其结构包括为接地面的固定电极与长度为 l、横截面宽度为 b、高为 t 的移动电极。两个电极之间具有初始间距 g,坐标轴建立如图 1 所示。

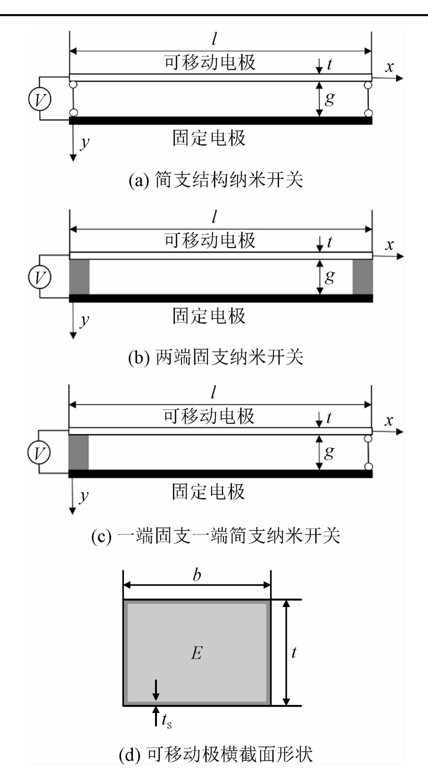


图 1 3 种边界条件的纳米开关结构示意图及可移动极截面形状

Fig. 1 Nano-switches with simple-support, clamped-clamped, clamped-support schematic diagram and cross-sectional shapes of movable poles

在外加电压 V 的作用下，由于静电力 F_e，Casimir力 F_c，van der Waals 力 F_{van}。可移动电极向固定电极偏转。可移动电极上任意一点的横向位移定义为挠度，用 $w(x)$ 来表示梁的挠度。这些分子间的作用力可以用解析的方式表示[25-27]。

当两电极之间的距离大于 20 nm 时，分子间的作用力 Casimir 力 F_c 占主导地位，可以表示为

$$F_c = \frac{\pi \hbar c b}{240 (g - w)^4} \tag{1}$$

式中：$\hbar$ 为 Planck's 常数除以 2π，大小为 1.055×10^{-34} J；c 为光速，其大小为 $2.998 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$。

当两电极之间的距离小于 20 nm 时，分子间的作用力 van der Waals 力 F_{van} 占主导地位，可以表示为

$$F_{van} = \frac{Ab}{6\pi (g - w)^3} \tag{2}$$

式中，A 为 Hamaker 常数。

两电极之间产生的静电力 F_e 可以表示为

$$F_e = \frac{\varepsilon_0 b V^2}{2 (g - w)^2}\left[1 + 0.65 \frac{(g - w)}{b}\right] \tag{3}$$

式中，ε_0 为真空中的介电常数，其大小为 $8.854 \times 10^{-12} \text{C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$。

在挠度 $w(x)$ 下合成的横向分布力为

$$F_t = F_{van} + F_c + F_e \tag{4}$$

通常情况之下，两个电极之间的距离要比梁的长度小得多，可移动电极的变形力学行为处于线弹性状态。为了能够精确地描述可移动电极的变形，可以利用 Euler-Bernoulli 梁模型对可移动电极的力学行为进行分析[28]。当简支梁式可移动电极板的横截面积尺寸减小到纳米级别，其表面效应开始放大，将开始影响可移动电极的变形与吸合稳定性。表面对其力学行为的影响由表面能和核壳模型来解释。

由于自由表面附近的原子经历了与电极内部原子不同的局部物理环境，因此表面层具有不同于本体的力学性质。对于变形的简支纳米梁的弯曲，表面效应对弯曲刚度的影响可以用等效弯曲刚度 $(EI)^*$[29]进行解释。对于矩形截面有

$$(EI)^* = \frac{1}{12}Ebt^3 + \frac{1}{2}E^s bt^2 + \frac{1}{6}E^s t^3 \tag{5}$$

式中：E 为梁的杨氏模量；E^s 为表面弹性模量，可以由原子模拟或实验求出[30]。

表面能是固体由于自由表面的产生而产生的多余的自由能，因此变形过程中表面积的增加需要额外做功，这部分做功也应计算在总势能中。

根据 Euler-Bernoulli 理论，弯曲时的轴向应变为

$$\varepsilon_x = -y\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2} \tag{6}$$

梁的应变能为

$$U_b = \frac{1}{2}(EI)^* \int_0^l w'' w'' \mathrm{d}x \tag{7}$$

为了简化，假设表面能密度 γ 在所有表面上都是常数，则总表面能 U_s 近似为[18]

$$U_s = \gamma S_0 + \frac{1}{2}\int_0^l H\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}\right)^2 \mathrm{d}x \tag{8}$$

式中：S_0 为梁变形前的初始表面积，对于矩形截面其大小为 $2(b + t)l$；H 为与梁横截面相关的系数，对于矩形截面其大小为 $2\gamma(b + t)$。

注意到 $F_t = F_c + F_e$ 和 $F_t = F_{van} + F_e$ 是挠度 w 方向测得的单位长度的横向分布力 q 的势能表示为

$$W = \int_0^l F_t w \mathrm{d}x \tag{9}$$

总势能为

$$\Pi = U_b + U_s - W \tag{10}$$

根据最小势能原理 $\delta\Pi(w) = 0$

对应变能进行变分

$$\delta U_b = (EI)^* \frac{d^2 w}{dx^2}\delta\left(\frac{dw}{dx}\right)\Big|_0^l - (EI)^* \frac{d^3 w}{dx^3}\delta w\Big|_0^l + \int_0^l (EI)^* \frac{d^4 w}{dx^4}\delta w dx \tag{11}$$

对表面能进行变分

$$\delta U_s = H\frac{dw}{dx}\delta w\Big|_0^l - \int_0^l H\frac{d^2 w}{dx^2}\delta w dx \tag{12}$$

对梁上任意点的微变形δw,外力做功的变分有

$$\delta W = \int_0^l F_t \delta w dx \tag{13}$$

可以得到控制方程,即

$$(EI)^* w'''' - Hw'' - F_t = 0 \tag{14}$$

以及边界条件为

$$(EI)^* w''\delta w'|_{x=0} = 0, [Hw' - (EI)^* w''']\delta w|_{x=0} = 0,$$
$$(EI)^* w''\delta w'|_{x=l} = 0, [Hw' - (EI)^* w''']\delta w|_{x=l} = 0 \tag{15}$$

对于简支结构,用挠度表示的边界条件为

当 $x=0$ 时, $w = w'' = 0$

当 $x=l/2$ 时,

$$(EI)^* w' = 0, H^* w' - (EI)^* w''' = 0 \tag{16}$$

对于两端固支结构,用挠度表示的边界条件为

当 $x=0$ 时, $w = w' = 0$

当 $x=l/2$ 时,

$$(EI)^* w' = 0, Hw' - (EI)^* w''' = 0 \tag{17}$$

对于一端固支一端简支结构,用挠度表示的边界条件为

当 $x=0$ 时, $w = w' = 0$

当 $x=l$ 时,

$$(EI)^* w = 0, Hw' - (EI)^* w''' = 0 \tag{18}$$

2　计算方法

对于控制微分方程式(14)和边界条件式(16)、(17)、(18)。由于其具有较强的非线性特点,故采用同伦摄动法对控制方程进行求解

为了方便计算起见,引入两个无量纲变量 $X = x/l$ 与 $W = w/g$。将公式(1)、(2)、(3)代入到式(14)、(16)、(17)、(18)中得到

$$\frac{d^4 W(X)}{dX^4} - \eta\frac{d^2 W(X)}{dX^2} = \frac{\alpha}{[1 - W(X)]^m} + \frac{\beta}{[1 - W(X)]^2} + \frac{\lambda\beta}{1 - W(X)} \tag{19}$$

对于简支结构

$$W|_{X=0} = 0, \frac{d^2 W(X)}{dX^2}\Big|_{X=0} = 0,$$
$$\frac{dW(X)}{dX}\Big|_{X=\frac{l}{2}} = 0, \frac{dW(X)}{dX} - \frac{1}{\eta}\frac{d^3 W(X)}{dX^3}\Big|_{X=\frac{l}{2}} = 0 \tag{20}$$

对于两端固支结构

$$W|_{X=0} = 0, \frac{dW(X)}{dX}\Big|_{X=0} = 0,$$
$$\frac{dW(X)}{dX}\Big|_{X=\frac{l}{2}} = 0, \frac{dW(X)}{dX} - \frac{1}{\eta}\frac{d^3 W(X)}{dX^3}\Big|_{X=\frac{l}{2}} = 0 \tag{21}$$

对于一端固支一端简支结构

$$W|_{X=0} = 0, \frac{dW(X)}{dX}\Big|_{X=0} = 0,$$
$$W(X)|_{X=l} = 0, \frac{dW(X)}{dX} - \frac{1}{\eta}\frac{d^3 W(X)}{dX^3}\Big|_{X=l} = 0 \tag{22}$$

式中,α,β,λ 和 η 为无量纲参数,且

$$\alpha = \begin{cases} \dfrac{Abl^4}{6\pi g^4 (EI)^*} & \text{van der waals 力}(m = 3) \\ \dfrac{\pi^2 \hbar cbl^4}{240 g^5 (EI)^*} & \text{Casimir 力}(m = 4) \end{cases},$$

$$\beta = \frac{\varepsilon_0 V^2 bl^4}{2g^3 (EI)^*}, \lambda = 0.65\frac{g}{b}, \eta = \frac{Hl^2}{(EI)^*}$$

为了应用同伦摄动法,定义 $\Phi(X) = 1 - W(X)$。四阶的控制微分方程可重写为以下一阶形式。

$$\frac{d\Phi(X)}{dX} = q(X),$$
$$\frac{dq(X)}{dX} = f(X),$$
$$\frac{df(X)}{dX} = r(X),$$
$$\frac{dr(X)}{dX} = \eta f(X) - \frac{\alpha}{\Phi(X)^m} - \frac{\beta}{\Phi(X)^2} - \frac{\lambda\beta}{\Phi(X)} \tag{23}$$

对于简支结构,在 $X=0$ 处的边界条件则为

$$\Phi(0) = 1, q(0) = C_1, f(0) = 0, r(0) = C_2 \tag{24}$$

式中,未知系数 C_1 和 C_2 分别为当 $X=0$ 时,$\Phi(X)$ 的一阶导数和三阶导数的待定系数。

对于两端固支结构与一端固支一端简支结构，由于其前两个边界条件相同，所以一同进行计算。$X=0$处的边界条件为

$$\Phi(0)=1,q(0)=0,f(0)=C_1,r(0)=C_2 \tag{25}$$

式中，未知系数 C_1 和 C_2 分别为当 $X=0$ 时，$\Phi(X)$ 的二阶导数和三阶导数的待定系数。

首先，引入一个同伦参数 P 从0单调增加到1。为了应用同伦摄动法，将式(23)化为如下的微分形式。

$$\sum_{i=0}^{\infty} p^i\Phi_i - p\int_0^X \sum_{i=0}^{\infty} p^i q_i \mathrm{d}X = 1,$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} p^i q_i - p\int_0^X \sum_{i=0}^{\infty} p^i f_i \mathrm{d}X = C_1,$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} p^i f_i - p\int_0^X \sum_{i=0}^{\infty} p^i r_i \mathrm{d}X = 0,$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} p^i r_i + p\int_0^X [\alpha\sum_{i=0}^{\infty} p^i\varphi_{i,-m} + \beta\sum_{i=0}^{\infty} p^i\varphi_{i,-2} + \lambda\beta\sum_{i=0}^{\infty} p^i\varphi_{i,-1} - \eta\sum_{i=0}^{\infty} p^i f_i]\mathrm{d}X = C_2 \tag{26}$$

式中

$$\varphi_{k,n} = \frac{1}{k!}\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}p^k}[\sum_{j=0}^{k} p^j\Phi_j]^n|_{p=0}$$

展开式(26)并进行比较嵌入参数 P。

对于简支结构

$$p^0:\Phi_0 = 1\ ,\ p^1:\Phi_1 = C_1X,$$

$$p^2:\Phi_2 = 0,$$

$$p^3:\Phi_3 = \frac{1}{6}C_2X^3,$$

$$p^4:\Phi_4 = \frac{1}{24}(-\beta-\alpha-\gamma\beta)X^4,$$

$$p^5:\Phi_5 = \frac{1}{120}(C_1\beta\gamma + 3C_1\alpha + 2C_1\beta + C_2\eta)X^5,$$

$$p^6:\begin{cases}\Phi_6 = -\dfrac{X^6}{720}(2C_1^2\beta\gamma + 12C_1^2\alpha + 6C_1^2\beta + \beta\eta\gamma + \alpha\eta + \beta\eta),(m=3)\\ \Phi_6 = -\dfrac{X^6}{720}(2C_1^2\beta\gamma + 20C_1^2\alpha + 6C_1^2\beta + \beta\eta\gamma + \alpha\eta + \beta\eta),(m=4)\end{cases},$$

$$p^7:\begin{cases}\Phi_7 = \dfrac{X^7}{5\,040}(6C_1^3\gamma\beta + 60C_1^3\alpha + 24C_1^3\beta + C_1\beta\eta\gamma + 3C_1\alpha\eta + 2C_1\beta\eta + C_2\gamma\beta + C_2\eta^2 + 3C_2\alpha + 2C_2\beta),(m=3)\\ \Phi_7 = \dfrac{X^7}{5\,040}(6C_1^3\gamma\beta + 120C_1^3\alpha + 24C_1^3\beta + C_1\beta\eta\gamma + 4C_1\alpha\eta + 2C_1\beta\eta + C_2\gamma\beta + C_2\eta^2 + 4C_2\alpha + 2C_2\beta),(m=4)\end{cases},$$

$$p^8:\Phi_8 = -\frac{X^8}{40\,320}\begin{cases}24C_1^4\beta\gamma + 360C_1^4\alpha + 120C_1^4\beta + 2C_1^2\beta\eta\gamma + 12C_1^2\alpha\eta + 6C_1^2\beta\eta + 8C_1C_2\beta\gamma + \beta^2\gamma^2 + \beta\eta^2\gamma +\\ \quad 48C_1C_2\alpha + 24C_1C_2\beta + 4\alpha\beta\gamma + \alpha\eta^2 + 3\beta^2\gamma + \beta\eta^2 + 3\alpha^2 + 5\alpha\beta + 2\beta,(m=3)\\ 24C_1^4\beta\gamma + 840C_1^4\alpha + 120C_1^4\beta + 2C_1^2\beta\eta\gamma + 20C_1^2\alpha\eta + 6C_1^2\beta\eta + 8C_1C_2\beta\gamma + \beta^2\gamma^2 + \beta\eta^2\gamma +\\ \quad 80C_1C_2\alpha + 24C_1C_2\beta + 5\alpha\beta\gamma + \alpha\eta^2 + 3\beta^2\gamma + \beta\eta^2 + 4\alpha^2 + 6\alpha\beta + 2\beta,(m=4)\end{cases}$$

对于两端固支梁与一端固支一端简支结构

$$p^0:\Phi_0 = 1\ ,$$

$$p^1:\Phi_1 = 0\ ,$$

$$p^2:\Phi_2 = \frac{1}{2}C_1X^2\ ,$$

$$p^3:\Phi_3 = \frac{1}{6}C_2X^3\ ,$$

$$p^4:\Phi_4 = \frac{1}{24}(\eta C_1 - \beta - \alpha - \lambda\beta)X^4\ ,$$

$$p^5:\Phi_5 = \frac{1}{120}\eta C_2X^5\ ,$$

$$p^6:\begin{cases}\Phi_6 = \dfrac{X^6}{720}(3\alpha + 2\beta + \lambda\beta)C_1 +\\ \qquad C_1\eta^2 - (\beta + \alpha + \lambda\beta)\eta,(m=3)\\ \Phi_6 = \dfrac{X^6}{720}(4\alpha + 2\beta + \lambda\beta)C_1 +\\ \qquad C_1\eta^2 - (\beta + \alpha + \lambda\beta)\eta,(m=4)\end{cases},$$

$$p^7:\begin{cases}\Phi_7 = \dfrac{X^7}{5\,040}(2\beta + 3\alpha + \lambda\beta + \eta^2)C_2,(m=3)\\ \Phi_7 = \dfrac{X^7}{5\,040}(2\beta + 4\alpha + \lambda\beta + \eta^2)C_2,(m=4)\end{cases},$$

$$p^8:\Phi_8=\frac{X^8}{40\,320}\begin{cases}C_1\eta^3+(\beta+\alpha+\lambda\beta)(3\alpha+2\beta+\lambda\beta+\eta^2)-(\beta+\alpha+\lambda\beta)-(36\alpha+18\beta+6\lambda\beta)C_1^2+\\(6\alpha+4\beta+2\lambda\beta)C_1\eta,(m=3)\\C_1\eta^3-(\beta+\alpha+\lambda\beta)(4\alpha+2\beta+\lambda\beta+\eta^2)-(\beta+\alpha+\lambda\beta)-(60\alpha+18\beta+6\lambda\beta)C_1^2+\\(8\alpha+4\beta+2\lambda\beta)C_1\eta,(m=4)\end{cases}$$

由此,可得挠度 $W(X)$ 的近似计算式

$$W(X)=1-\sum_0^\infty\Phi_i \qquad (27)$$

由式(27)可以看出,级数 n 取的越多,近似解就越精确。对于本问题,当外加电压 $V=1$ V 时,取的级数 $n=8$ 时的解已经足够精确。替换求解出的近似解在边界条件的后两项中,可以确定未知系数 C_1 和 C_2,然后确定出其挠度的取值。

3　结果与讨论

以长 $l=1$ μm,横截面高 $t=50$ nm,$t=60$ nm,$t=70$ nm 以及 $t=80$ nm,宽 $b=5t$ 的纳米开关为例。两极板间初始间距 $g=50$ nm,则 Casimir 力为分子间作用力的主要作用力,而 van der Waals 力的作用可忽略不计。纳米开关的材料参数:E 为弹性模量,$E=76$ GPa;γ 为残余表面能密度,$\gamma=0.89$ Jm^{-2};E^s 为表面弹性模量,$E^s=1.22$ Nm^{-1}。以下用吸合电压来描述纳米开关的吸合行为。吸合电压是随着外接电压增大,弯曲变形为位移值不断增大直到达到个临界点,可移动电极失稳,与固定电极吸附。这个达到的临界电压便称作吸合电压。

图 2 为外电压 $V=1$ V 时,纳米开关的可移动端在考虑表面效应的理论,不考虑表面效应的理论下两种变形情况的比较。当用控制方程式(14)考虑表面效应时所计算的结果与不考虑表面效应的理论模型的结果相比,存在着较明显的差异。当采用本理论模型下推导所得到的边界条件式(16)~(18)从而经过计算考虑表面效应的弯曲变形位移值比不考虑表面效应的理论下的弯曲变形位移值更小。

图 3 描绘了纳米开关自由端的无量纲位移 w_{tip}/g 在不同外加电压 V 的作用下的变形情况。从图中可以清楚地看出,梁自由端无量纲位移 w_{tip}/g 随外电压 V 开始增加而不断地增大。当外电压 V 增加到吸合电压的临界值 V_{PI} 时,纳米梁的自由端开始不断失稳从而吸附到固定电极上。由图 2 可知,表面效应对纳米开关自由电极的变形有所影响,所以对其纳米开关的吸合电压值 V_{PI} 也应有所影响。在计算所得的关系图中可以看出,考虑表面效应与不考虑表面效应的模型相比,表面效应使得吸合电压 V_{PI} 的值增加。结果表明,表面效应会使得纳米开关的可移动电极板的变形减小,所以要达到的相同位移所需要的电压值会更大。

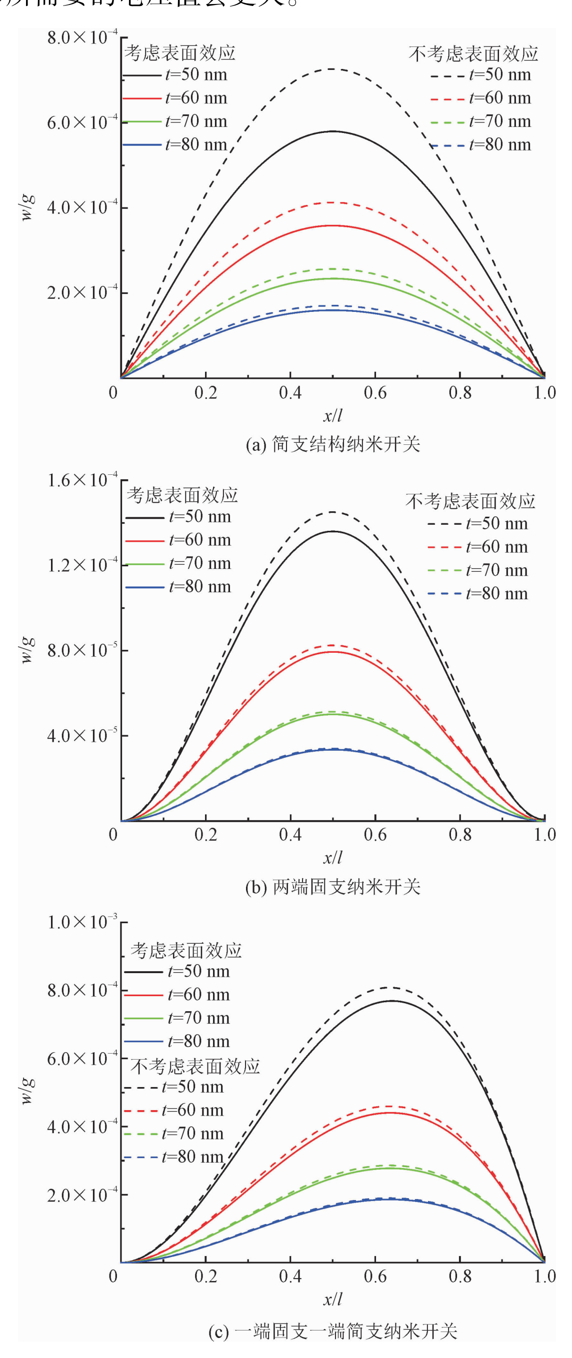


图 2　3 种边界条件下纳米开关在外电压 $V=1$ V 时的变形图

Fig. 2　Deformation of three kinds of nano-switches when the external voltage $V=1$ V

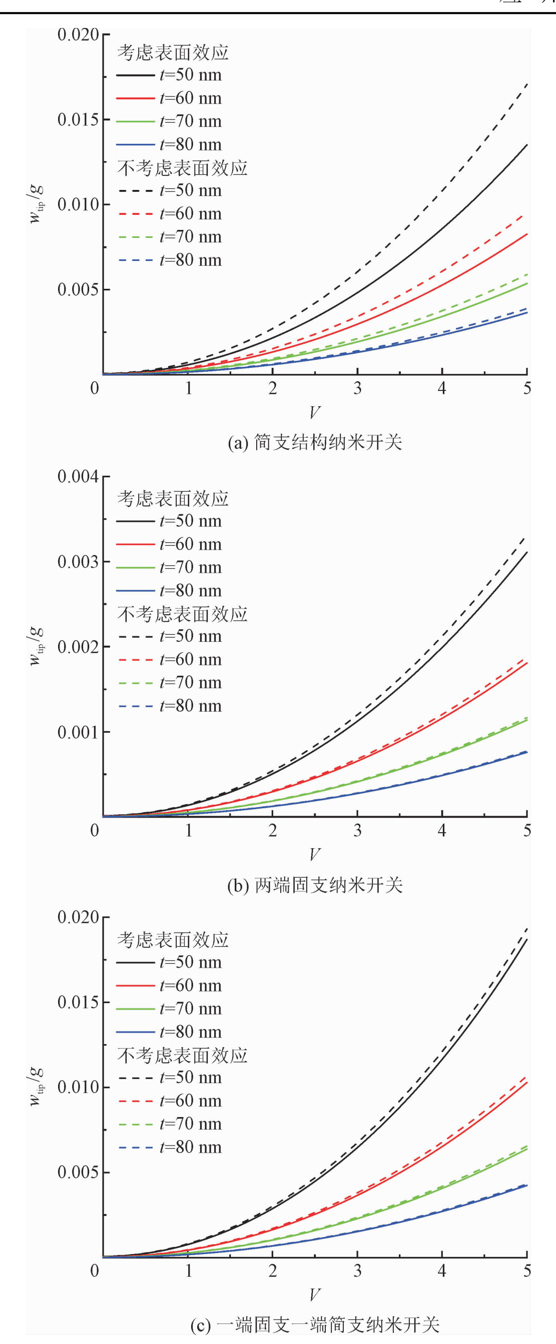
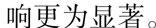


图 3 3 种边界条件下纳米开关变形与外电压 V 关系图

Fig. 3 The relationship between the three nano-switch deformations and the external voltage V

图 4 为纳米开关吸合电压 V_{PI} 随电极的间距 g 变化而变化的情况。由图可以清楚看出，随着纳米开关两极间距 g 的增加，吸合电压 V_{PI} 的值也会跟着增加。两极间距 g 越大，考虑表面效应的理论模型下所计算的结果与忽略表面效应的经典理论下的结果差异十分明显。由此可知，表面效应的影响越明显，表面效应对吸合电压 V_{PI} 的影响越占据主导地位。原因是随着两电极的间距 g 的增大，分子间的作用力影响越来越不明显，从而使得表面效应的影响更为显著。



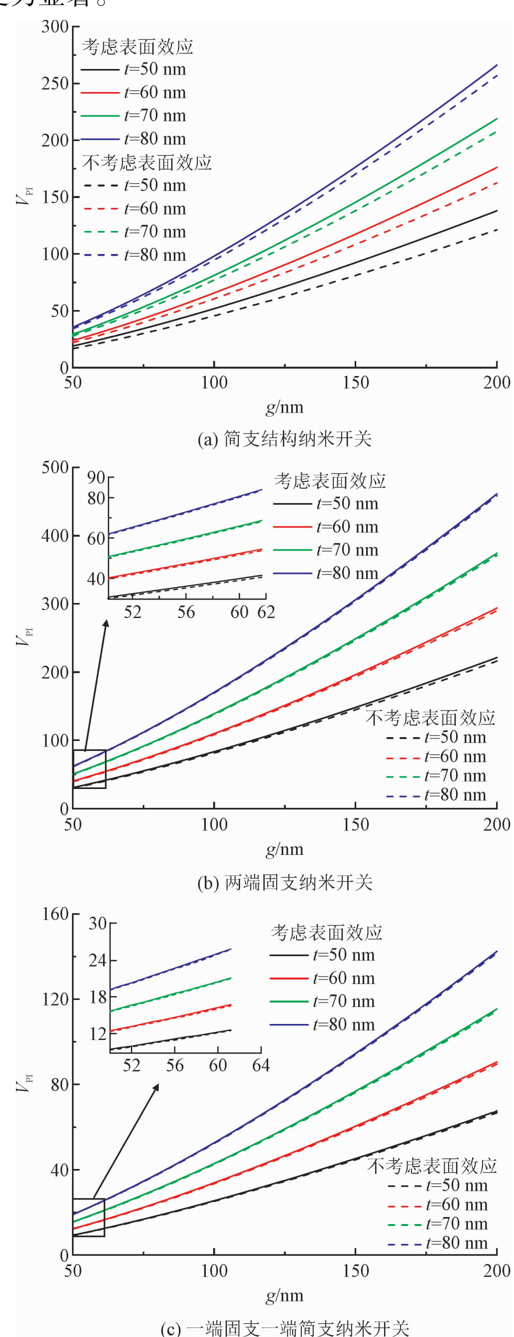


图 4 3 种边界条件下纳米开关吸合电压 V_{PI} 与两极间距 g 关系图

Fig. 4 The relationship between the pull-in voltage V_{PI} of three kinds of nano-switches and the distance g between the two poles

从图 2 ~4 中可以看出，不同横截面尺寸对纳米开关的弯曲变形和吸合电压 V_{PI} 同样产生影响。随着纳米开关横截面高度 t 从 50 nm 以 10 nm 的步长增大到 80 nm 的过程中，纳米开关的弯曲变形位移减小，吸合电压 V_{PI} 增大，表面效应的影响却越不明显。对于 3 种不同的边界条件，计算结果均表明，横截面高度 t 越小，表面效应的影响更显著。

4 结 论

应用了基于表面能的模型来引入了表面效应,研究了表面效应和分子间作用力同时对纳米开关的结构稳定性的影响。通过对应变能与表面能进行变分,并通过最小势能原理,从而推导出纳米开关的微分形式的控制方程以及边界条件。然后运用了同伦摄动法来求解该非线性微分方程。通过相关计算结果具体分析了 3 种纳米开关在考虑表面效应和Casimir力作用下吸合不稳定性的问题。计算结果表明,表面效应可以使得纳米开关的变形减小,从而使得纳米开关的吸合电压增大,表面效应对纳米开关的吸合稳定性具有显著的影响。并且,随着纳米开关结构尺寸的减小,表面效应的影响则愈加显著。这对今后在纳米机电系统中设计、制备与研究纳米开关结构有着十分重要的实际意义。

参考文献:

[1] 杨帆. 纳米开关结构的力学行为研究进展[J]. 科技广场,2016(1):5-9.
YANG Fan. Research advances in mechanical behavior of nano switch structure[J]. Science mosaic,2016(1):5-9(in Chinese).

[2] 朱军华,苏伟,刘人怀,等. 静电驱动阶梯型微悬臂梁吸合电压分析[J]. 机械工程学报,2018,54(8):217-222.
ZHU Junhua,SU Wei,LIU Renhuai,et al. Pull-in voltage analysis of electrostatically actuated stepped micro-cantilever beam[J]. Journal of mechanical engineering,2018,54(8):217-222(in Chinese).

[3] 陈博,谭亮. 小尺度效应对纳米开关吸合行为的影响[J]. 机械制造,2015,53(10):43-46.
CHEN Bo,TAN Liang. The influence of small-scale effects on the pull-in behavior of nano-switches[J]. Machinery,2015,53(10):43-46(in Chinese).

[4] 卜家贺,冯露,张静. 残余应力及尺寸效应对纳米压痕力学性能的影响研究[J]. 应用力学学报,2020,37(6):2325-2331.
BU Jiahe,FENG Lu,ZHANG Jing. Effect of residual stress and size effect on the mechanical properties of nanoindentation[J]. Chinese journal of applied mechanics,2020,37(6):2325-2331(in Chinese).

[5] 吴红梅,欧志英. 纳米圆形孔洞 SH 波散射的复变函数解答[J]. 应用力学学报,2021,38(2):763-769.
WU Hongmei,OU Zhiying. Complex variable function solution for SH wave scattering in nano circular hole[J]. Chinese journal of applied mechanics,2021,38(2):763-769(in Chinese).

[6] YAN Z,JIANG L Y. Electromechanical response of a curved piezoelectric nanobeam with the consideration of surface effects[J]. Journal of physics d:applied physics,2011,44(36):365301.

[7] MARANGONI V S,CANCINO-BERNARDI J,ZUCOLOTTO V. Synthesis,physico-chemical properties,and biomedical applications of gold nanorods—a review[J]. Journal of biomedical nanotechnology,2016,12(6):1136-1158.

[8] ZHANG J,WANG C Y,CHOWDHURY R,et al. Small-scale effect on the mechanical properties of metallic nanotubes[J]. Applied physics letters,2012,101(9):093109.

[9] YUE Y M,XU K Y,ZHANG X D,et al. Effect of surface stress and surface-induced stress on behavior of piezoelectric nanobeam[J]. Applied mathematics and mechanics,2018,39(7):953-966.

[10] ASSADI A. Size dependent forced vibration of nanoplates with consideration of surface effects[J]. Applied mathematical modelling,2013,37(5):3575-3588.

[11] ZHENG S J,ZHAO X,WANG H T. Theoretical and finite element modeling of piezoelectric nanobeams with surface and flexoelectricity effects[J]. Mechanics of advanced materials and structures,2019,26(15):1261-1270.

[12] KE L L,WANG Y S,WANG Z D. Nonlinear vibration of the piezoelectric nanobeams based on the nonlocal theory[J]. Composite structures,2012,94(6):2038-2047.

[13] HE Q L,LILLEY C M. Resonant frequency analysis of Timoshenko nanowires with surface stress for different boundary conditions[J]. Journal of applied physics,2012,112(7):074322.

[14] 周霓,罗光兵,蒋浩宏,等. 基于非局部弹性理论的纳米开关失稳特性研究[J]. 现代制造工程,2017(2):122-126.
ZHOU Ni,LUO Guangbing,JIANG Haohong,et al. The instability characteristic researched of nano-switch with nonlocal elasticity theory[J]. Modern manufacturing engineering,2017(2):122-126(in Chinese).

[15] 康文斌,杨伟东,王熙. 热应力对碳纳米管增强纳米开关的影响[J]. 微纳电子技术,2016,53(10):637-644.
KANG Wenbin,YANG Weidong,WANG Xi. Effect of the thermal stress on the carbon nanotube reinforced nano-switch[J]. Micronanoelectronic technology,2016,53(10):637-644(in Chinese).

[16] MOUSAVI T,BORNASSI S,HADDADPOUR H. The effect of small scale on the pull-in instability of nano-switches using DQM[J]. International journal of solids and structures,2013,50(9):1193-1202.

[17] TAGHAVI N,NAHVI H. Pull-in instability of cantilever and fixed-fixed nano-switches[J]. European journal of mechanics- a/solids,2013,41:123-133.

[18] ABADYAN M,NOVINZADEH A,KAZEMI A S. Approximating the effect of the Casimir force on the instability of electrostatic nano-cantilevers[J]. Physica scripta,2010,81(1):015801.

[19] 梁斌斌,张龙,王炳雷,等. 考虑卡西米尔力的静电激励 NEMS 吸合特性及其尺寸效应研究[J]. 固体力学学报,2016,37(3):247-253.
LIANG Binbin,ZHANG Long,WANG Binglei,et al. Study on the size dependence and pull-in instability of electrostatically actuated NEMS with Casimir force[J]. Chinese journal of solid mechanics,2016,37(3):247-253(in Chinese).

[20] KALAFUT D, BAJAJ A, RAMAN A. Multistability of cantilever MEMS/NEMS switches induced by electrostatic and surface forces [J]. International journal of non-linear mechanics, 2017, 95: 209-215.

[21] YANG F, WANG G F, LONG J M, et al. Influence of surface energy on the pull-in instability of electrostatic nano-switches[J]. Journal of computational and theoretical nanoscience, 2013, 10(5): 1273-1277

[22] WANG G F, FENG X Q. Effect of surface stresses on the vibration and buckling of piezoelectric nanowires[J]. Europhysics letters, 2010, 91(5): 56007.

[23] MA J M, JIANG L Y, ASOKANTHAN S F. Influence of surface effects on the pull-in instability of NEMS electrostatic switches [J]. Nanotechnology, 2010, 21(50): 505708.

[24] WANG K F, WANG B L. Influence of surface energy on the non-linear pull-in instability of nano-switches[J]. International journal of non-linear mechanics, 2014, 59: 69-75.

[25] 芮小博,李一博,曾周末. 压电悬臂梁振动能量收集器研究进展[J]. 振动与冲击,2020,39(17):112-123.
RUI Xiaobo, LI Yibo, ZENG Zhoumo. Research progress of piezoelectric cantilever vibration energy collector[J]. Journal of vibration and shock, 2020, 39(17): 112-123(in Chinese).

[26] 刘灿昌,裘进浩,季宏丽,等. 考虑非局部效应的纳米梁非线性振动[J]. 振动与冲击,2013,32(4):158-162.
LIU Canchang, QIU Jinhao, JI Hongli, et al. Non-local effect on non-linear vibration characteristics of a nano-beam[J]. Journal of vibration and shock, 2013, 32(4): 158-162(in Chinese).

[27] 张大鹏,雷勇军,段静波. 基于非局部理论的黏弹性基体上压电纳米板热-机电振动特性研究[J]. 振动与冲击,2020,39(20):32-41.
ZHANG Dapeng, LEI Yongjun, DUAN Jingbo. Thermo-electro-mechanical vibration responses of piezoelectric nanoplates embedded in viscoelastic medium via nonlocal elasticity theory[J]. Journal of vibration and shock, 2020, 39(20): 32-41(in Chinese).

[28] MOHTASHAMI M, BENI Y T. Size-dependent buckling and vibrations of piezoelectric nanobeam with finite element method[J]. Iranian journal of science and technology, transactions of civil engineering, 2019, 43(3): 563-576.

[29] ZHANG J H, PAN S C, CHEN L K. Dynamic thermal buckling and postbuckling of clamped-clamped imperfect functionally graded annular plates[J]. Nonlinear dynamics, 2019, 95(1): 565-577.

[30] 胡海豹,何强,鲍路瑶,等. 二级规则微结构对低表面能纳米通道内微流动的影响[J]. 机械工程学报,2014,50(12):165-170.
HU Haibao, HE Qiang, BAO Luyao, et al. Effect of secondary regular microstructure on the micro-flows in nano-channel with low surface energy[J]. Journal of mechanical engineering, 2014, 50(12): 165-170(in Chinese).

(编辑 张璐)